

Vozsech István*

A „Longest Kill 2017” matematikai elemzése

II. rész

A tanulmány egy 3540 m-es távlövés találati valószínűségét matematikai alapokon nyugvó elemzéssel mutatja be.

AZ INTENZÍV ÁLLAPOTJELZŐK, A LŐTÁVOLSÁG ÉS A FEGYVER POZICIONÁLÁSI ÉS IRÁNYZÁSI HIBÁINAK HATÁSA

Az intenzív állapotjelzők valós értékét az alap szórásjellemzők felvételénél pontosan megmértük és ismertük, de fontos kiemelni, hogy a mérési eljárás itt egyszerű kezdeti érték feladat, mivel a cél pontos eltalálása – azaz a találati középpont és a tényleges célkoordináták egyezése – nem követelmény. Amennyiben a löfeladat valós, akkor a találati középpontnak és a tényleges célkoordinátáknak meg kell egyezniük, azaz végérték feladattal állunk szemben. Ebben az esetben az intenzív állapotjelzők és a lőtávolság valós értékének minél jobb ismerete szükséges, ellenkező esetben a találati valószínűségünk egyre kevesebb lesz, mivel a találati középpontunk szükségszerűen el fog térni az eltalálni kívánt ponttól. Ezeket a mennyiségeket részben mérünk, becsülünk, részben értékét feltételeznünk szükséges. Ezen túlmenően kitüntetett fontossággal bír a fegyver minél jobb szögpozicionálása, tehát, hogy a magassági irányzás síkja és a nehézségi erőtervektor párhuzamos legyen. Vegyük most sorra a legalapvetőbb mennyiségeket, amelyek hatékonyságunkra nézve felettebb komoly hatással bírnak. (Feladatunk során a célhelyszöget az egyszerűség kedvéért zérussal tesszük egyenlővé.)

- lőtávolság;
- léghőmérséklet;
- légnyomás;
- töltethőmérséklet;
- fegyver szögpozicionálási, ferdítési hibája;
- magassági irányzási hiba;
- oldalirányzási hiba.

Lőtávolság:

Megmérjük vagy megbecsüljük, de a mért vagy becsült érték mindig valamilyen mértékben eltér a valós értéktől. Valós értéke fölé való mérés esetén a találati középpontunk pozitív Δy -nal változik, tehát a szórási ellipszisünk felfelé tolódik, kisebb mért távolság esetén lefelé.

Léghőmérséklet:

Szintén mért, esetleg becsült érték, valamekkora mérési hibával. Valós értéke fölé való mérés esetén a találati középpontunk negatív Δy -nal változik, tehát a szórási ellipszisünk lefelé tolódik, kisebb mért érték esetén felfelé.

Légnyomás:

Értékét csak mérni lehet. Valós értéke fölé való mérés esetén a találati középpontunk pozitív Δy -nal változik, tehát a szórási ellipszisünk felfelé tolódik, kisebb mért érték esetén lefelé.

Töltethőmérséklet:

Értékét csak feltételezni lehet! Alapvető fontosságú,

hogy a lőszer hőmérsékletét próbáljuk meg a léghőmérséklettel azonos értéken tartani, de legalábbis stabilitásáról gondoskodni, azaz nem direkt hőforrásnak kitenni. A $v_0(T_{\text{találat}})$ függvény alakja közelítően egy növekedő egyenes, kb. 0,74 m/s/K gradienssel. (Ezt a gradienst egy kétbázisú katonai gyalogsági lőpornál mértük ki, természetesen ez csak irányadó érték más lőporokra vonatkoztatva. A v_0 a lövedék kezdősebessége.) A jelenség abból a törvényszerűségből adódik, hogy a kémiai reakciók – a lőpor szemcsék égése –, a hőmérséklet növekedésével intenzívebb lesz. Növekedésével a találati középpontunk pozitív Δy -nal változik, tehát a szórási ellipszisünk felfelé tolódik, csökkenésével lefelé.

Fegyver oldalirányú szögpozicionálása – ferdítési hiba:

Ferdítési hiba alatt azt a szöveget értjük, amelyet a fegyver magassági irányzását meghatározó sík, és a nehézségi erőtervektor zár be. Zérustól eltérő α esetén a tényleges löszögünk csökken, azaz találati középpontunk negatív Δy -nal, valamint az elfordulás irányába értelmezett Δz -vel mozdul, a szórási ellipszisünk lefelé és oldalra tolódik. 1° körüli szögeltérések esetén a találati középpont Δy eltérése elhanyagolhatóan kicsi, ezért számításainknál nem vesszük figyelembe.

Magassági irányzási hiba:

Adódik a befogókészülékünk magassági irányú pozicionálási hibájából, mesterlövész esetében a céltávcső állásos szabályozhatóságából. Pozitív érték esetén a valós löszögérték növekszik, azaz a találati középpontunk pozitív Δy -nal változik, tehát a szórási ellipszisünk felfelé tolódik. Ellenkező esetben mindez lefelé változik.

Oldalirányzási hiba:

Adódik a befogókészülékünk oldalirányú pozicionálási hibájából, mesterlövész esetében a céltávcső állásos szabályozhatóságából. A találati középpontunk a hiba irányába vándorol, $\Delta z = \tan \alpha \cdot \text{lőtávolság}$ mértékben.

Számításaink során megállapítjuk a fent felsorolt hét mennyiség bizonytalanságából bekövetkező találati valószínűség változást, kiterjesztve ezzel alap találati valószínűségünket. Tesszük mindezt azzal a megkötéssel, hogy a valószínűségi változók ingadozásának intervallumát, a járatos terepi műszerek mérési hibatarományával vesszük azonosnak. (Pl. egy ± 2 hPa pontossággal jellemzett barometrikus nyomásmérő műszer esetében a valós légnyomásérték ingadozásának intervalluma: $[p_{\text{mért}} - 2 \text{ hPa} \dots p_{\text{mért}} + 2 \text{ hPa}]$). Számításainkban az azonos irányba ható változók egyidejű hatásával dolgozunk, meghatározva együttes eloszlásuk pontos jellegét és egyenletét, ezért összegzett szórásaikkal a továbbiakban nem foglalkozunk, mivel a kétdimenziós összeg valószínűsége-sűrűség-függvényből

$$f_{zy}(z, y) = \frac{1}{s_z s_y 2\pi} e^{-\left(\frac{(z-\bar{z})^2}{2s_z^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{2s_y^2}\right)}$$

a találati valószínűséget közvetlenül tudjuk számolni.

* ORCID: 0000-0001-9818-7755



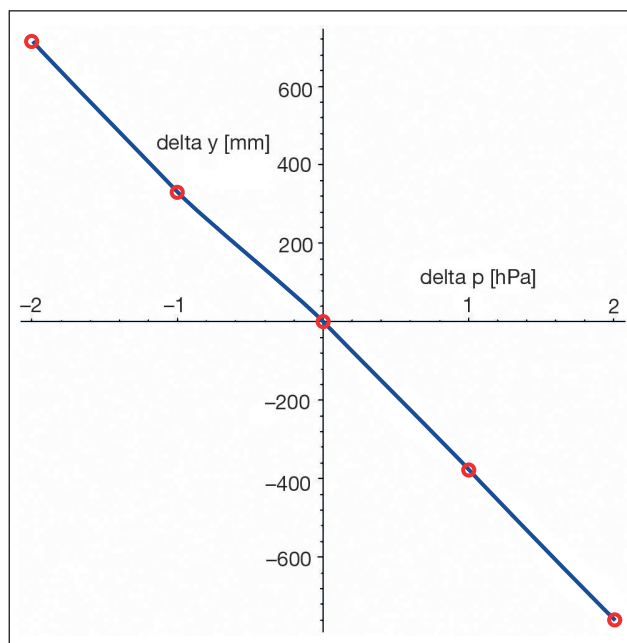
VALÓSZÍNŰSÉGI ELOSZLÁSOK

A feljebb felsorolt bizonytalanságokkal bíró változók közül a lőtávolságról, a léghőmérsékletről, a légnyomásról, valamint a töltethőmérsékletről egyértelműen és biztosan állíthatjuk, hogy léteznek és stabil a valós értékük, viszont ezek a mért értékek csak valamilyen bizonytalansággal állapíthatók meg műszereink korlátozott mérőképessége miatt. A ferdtési hiba, az oldalirányzási hiba és a magassági irányzási hiba stabilitásáról azonban már nem lehetünk teljes mértékben meggyőződve, jobb híján feltételezzük azt. A valós és a mért értékek eltérései tehát műszereink véges mérőképességéből és felbontásából adódnak, többnyire hibatarományal jellemzett értékeiket az adott mérőműszer specifikációjában találhatjuk meg. Lényegében a mérendő mennyiség valós értéke, az adott műszer hibatarományán belül bárhol lehet, de a következő kettő megállapítást okkal tehetjük:

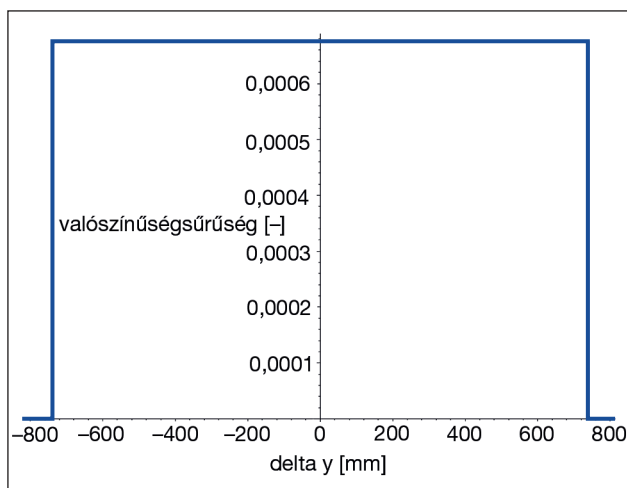
1. A mérendő mennyiség valós értékének és mért értékének a különbsége várhatóan zérus, azaz a hiba várható értéke nulla.
2. A mérendő mennyiség valós értéke a hibatarományon belül egyforma valószínűséggel illeszkedik bármely pontra, tehát a tartományon belül egyenletes eloszlású, hacsak az adott mérőkészülék specifikációjában erre nézve nincs külön információ.

A fentiekből következik, hogy egy valószínűségi változó eloszlását saját dimenziójában kell értelmeznünk, praktikusan nyomásmérés esetén nyomás, hőmérsékletmérés esetén hőmérséklet dimenzióban. A hét bizonytalansággal bíró változó azonban egyidőben befolyásolja lövésünket, tehát valamilyen módon ezeknek az együttes hatását meg kell határozzuk.

Könnyen belátható például, hogy a nyomás és a hőmérséklet dimenzió eleve nem összeegyeztethető, de azt sem nehéz felismerni, hogy a léghőmérséklet és a töltethőmérséklet bizonytalanságát sem lehet egyszerűen összegezni – habár a dimenziók azonosak –, mert a találati középpontra gyakorolt hatásaik – a mögöttük lévő teljesen más fizikai hatások miatt – eltérőek. (A töltethőmérséklet bizonytalansága a lövedék kezdősebességére hat, a léghőmérséklet pedig a légsűrűsége, amely viszont a röppálya menti fékezőerőre, így befolyásolva a találati középpont helyzetét.) Megfogalmazhatjuk úgy is, hogy a TKP helyzetére az egyes változók bizonytalanságai más-más erősítési tényezőkkel hatnak, ezért az egyidőben, és a TKP vándorlását tekintve egyirányba ható változók összeg sűrűségfüggvénye, az alap sűrűségfüggvényekből közvetlenül nem állítható elő. Az összegzést akkor valósíthatjuk meg, ha a bizonytalansággal rendelkező változók alap sűrűségfüggvényeit transzformáljuk a számunkra releváns hossz dimenzióba, azaz jelen esetben minden változót z vagy y irányú hosszúság kiterjesztésbe, amely itt a találati középponttól való Δz vagy Δy irányú eltérést jelenti, ily módon meghatározva az egyes erősítési tényezőket. Mivel a bizonytalansági tartományok megfelelően kicsik, ezért a dimenziók közötti kapcsolatot linearizálhatjuk, ezzel a transzformált sűrűségfüggvények jellegüket megtartják, tehát egyenletes eloszlásuk megmarad, mert erősítési tényezőink immáron konstans multiplikátorok. Feladatunkban mindezt úgy értelmezzük, hogy például a légnyomásmérés bizonytalanságának a mértékegysége [Pa], a léghőmérsékletmérése pedig [K], így ezeknek sűrűségfüggvényeit összegeznünk nem tudjuk. Tudjuk azonban az intervallumok határain – és a linearitás ellenőrzése miatt pár köztes pontban – megoldani a külbilisztika egyenletrendszerét, differenciákkal növelt, illetve csökkentett paraméterekre. Ezzel előállíthatjuk a paraméterek kis megváltozásának hatására bekövetkező TKP eltolódásokat. (A 2. ábra a légnyomás-



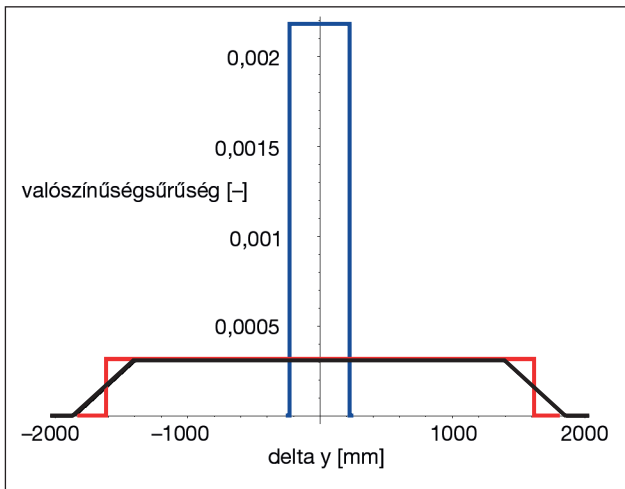
2. ábra. A valós és a mért légnyomásérték különbségének hatása a becsapódási pont y koordinátájára



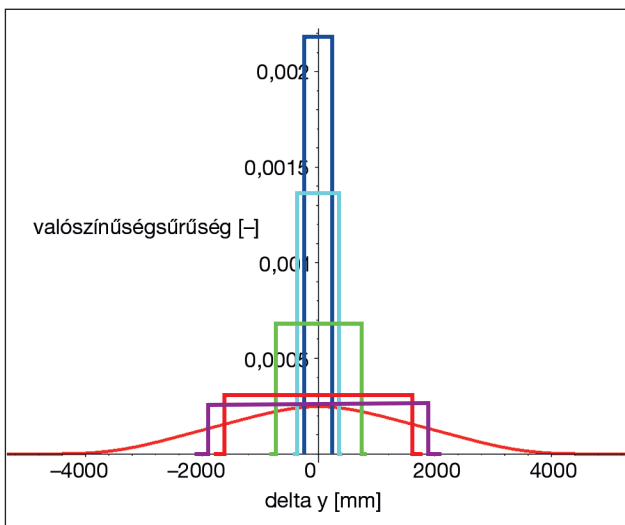
3. ábra. A becsapódási pontok valószínűségi sűrűség-függvénye, a légnyomásmérés bizonytalanságának tartományában, csak a légnyomás hatását figyelembe véve

mérés hibájából adódó TKP eltolódást szemlélteti, a 3. ábra pedig az előzőekben meghatározott TKP eltolódások függvényében értelmezett valószínűségi sűrűségfüggvényt. A 2. ábrán látható, hogy a számítási pontokra jól illeszthető egy egyenes, tehát az összefüggés linearizálható.) Ezzel az összes vizsgált valószínűségi változót transzformálhatjuk a releváns hossz dimenziókba, ahol összefüggéseiket már elvégezhetjük. A transzformált változók összeg-sűrűségfüggvényeinek meghatározása tehát az o y irányba, valamint a kettő z irányba ható változó egyesítését jelenti.

Vállalkozásunkat kétféleképpen tudjuk elvégezni. Vagy az egyes sűrűségfüggvények konvolúcióját képezzük, vagy felhasználjuk a centrális határeloszlás tételt, és az összeg eloszlást egy GAUSS-eloszlással közelítjük. Bár a GAUSS-eloszlással történő közelítés esetén $n = 5$ – megfelelően jó egyezésre számíthatunk, feladatunk elvégzéséhez mégis az analitikus módszert választjuk, legfőképpen mert analitikus, $n = 2$ esetén a GAUSS-eloszlással való közelítés nem hasz-



4. ábra. A töltethőmérséklet és a léghőmérséklet valószínűsűrűség-függvények konvolúciója Piros: töltőhőmérséklet – delta y eloszlás, kék: léghőmérséklet – delta y eloszlás, fekete: töltető-léghő konvolúció



5. ábra. Az öt y irányba ható valószínűsűrűség-függvény konvolúciója, az alapfüggvényekkel Piros: töltőhőmérséklet – delta y eloszlás, kék: léghőmérséklet – delta y eloszlás, zöld: légnyomás-delta y eloszlás, ciklámen: lőtávolság-delta y eloszlás, világoskék: löszög-delta y eloszlás, vastag piros görbe: töltető-léghő-légnyomás-lőtáv-löszög konvolúció

nálható, de nem utolsó sorban, mert a kapott sűrűségfüggvények és egyenleteik rendkívüli módon impozánsak.

A sűrűségfüggvények analitikus összegzésére, „összeadására” szolgáló matematikai eljárás a konvolúció, amely metódus során az egyik függvény t -vel eltolt és az ordináta tengelyre tükrözött transzformációját – adatfüggvény – „végigtoljuk” a másik függvényen – súlyfüggvény –, a függvények alatti közös terület függvényét kapva megoldás-ként. Az eljárás formálisan a következő [4]:

$$h(t) = (g * f)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) \cdot f(t - \tau) d\tau \quad (26)$$

A 4. ábrán a töltethőmérséklet és a léghőmérséklet sűrűségfüggvények konvolúciója, az 5. ábrán pedig az öt y irányba ható sűrűségfüggvény konvolúciója látható. Az 1. táblázatban összefoglaltuk a bizonytalansággal jellemezhető paramétereket, azoknak hibahatárait, valamint az általuk generált Δz és Δy eltéréseket (a magassági és oldalirányzási hiba számértékei 6000-es vonásban értendők).

SZÁMÍTÁSI ELJÁRÁSOK ÉS EREDMÉNYEK

Ballisztikai számításainkat a 33-dik szélességi kör gravitációs jellemzőivel végezzük, a 43M szovjet légellenállási törvény felhasználásával, a légnyomás 1000 hPa, a lég- és a töltethőmérséklet 30 °C. (43M légellenállási törvény sebességtartományonként adja meg a távolharc alakú lövedékek dimenzió-mentesített légellenállási értékeit.) A hivatkozott cikk feltételezi, hogy a fegyverből leadott lövéseknek – körkörös szórást feltételezve – 100 m-en 14 mm-es átmérőjű körben kell lenniük. Mesterlövész fegyverek esetében a 100 m-en felvett szórás kép megfelelően nehezen kiértékelhető, ezért jelen tárgyalásunkban áttérünk a szórás 300 m-en meghatározott értékére. Nagy kaliberű merevsövű sportfegyver esetében általában az átvételi követelmény a $d_{100\%/300m} \leq 50$ mm, azaz a találatok középpontján értelmezve az összes találatot befoglaló kör átmérője kisebb-egyenlő 50 mm-rel, legalább 10 lövéses csoport esetében. Feltételezhetjük továbbá, hogy a sportfegyverek a 40 mm körüli értéket stabilan tudják tartani. Hadifegyver vonatkozásában azonban megengedőbbnek kell maradnunk, így elfogadjuk az 60 mm-t egy idealizált minimumnak, valamint felhasználva, hogy $8s_r = d_{100\%}$ – itt ugyanis elméletileg is bekövetkezik az események 99,97%-a. Látható, hogy az átvételi követelmény 60 mm átmérőjű kör, tehát az átvételi gyakorlatban körkörös szórást feltételezünk, amely nyilvánvalóan közelítés, de egy adott fegyver

1. táblázat. A számítások során figyelembe vett bizonytalanságokat okozó paraméterek

Valószínűségi változó	A számítások során használt valós érték	Feltételezett hibahatár	A mérési hibából adódó TKP eltolódás tartománya	A hatás iránya
Lőtávolság	3540 m	± 10 m	± 1907 mm	y
Léghőmérséklet	30,0 °C	± 0,2 °C	± 229 mm	y
Töltethőmérséklet	30 °C	± 3 °C	± 1620 mm	y
Légnyomás	1000 hPa	± 2 hPa	± 740 mm	y
Magassági irányzási hiba	–	± 00-00,1 [vonás]	± 366 mm	y
Ferdítési hiba	–	± 0,1°	± 1062 mm	z
Oldalirányzási hiba	–	± 00-00,1 [vonás]	± 371 mm	z



minősítésére mindenképp alkalmas, még ha ez nem is egészen összeegyeztethető szemléletmódunkkal. A lőszer komplexitásából adódóan azonban bizonyos, hogy az y irányú szórás nagyobb, mint a z irányú, ezért megengedhető a kör y menti csekély beforgatása, amellyel egyszerre tarthatjuk meg egyenleteinket, és vehetjük figyelembe az y irányú bizonytalanságokat adó változók nagyobb számát és hatását, ugyanis körünk beforgatásával csak az ellipszisünk kistengelyét rövidítjük, így a köré rajzolható kör átmérője változatlan marad. A szórásokra tehát a következők adódnak:

$$s_{r/300m} = 7,50 \text{ mm, körkörös szórás esetén,}$$

$$s_{y/300m} = \frac{s_{r/300m}}{\sqrt{2}} \approx 5,30 \text{ mm,}$$

$$s_{z/300m} = s_{y/300m} \cdot 0,6 \approx 3,18 \text{ mm, ahol a 0,6 egy tapasztalatokon alapuló, de jelenleg önkényesen felvett érték.}$$

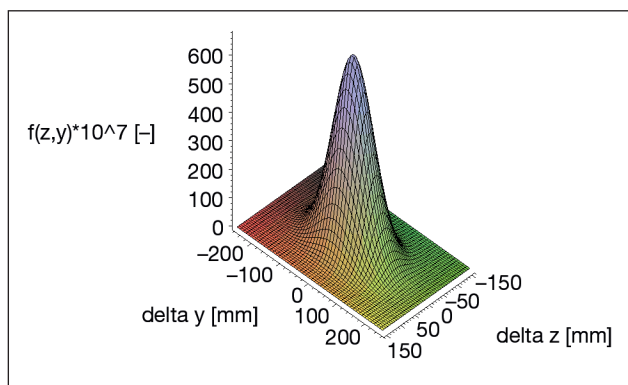
Felhasználva most már az $(s_i = \frac{x_i}{x_{mérés}} \cdot s_{mérés})$ egyenletünket, írhatjuk, hogy

$$s_{z/3540m} = \frac{3540}{300} \cdot s_{z/300m} \approx 37,55 \text{ mm,}$$

$$s_{y/3540m} = \frac{3540}{300} \cdot s_{y/300m} \approx 62,54 \text{ mm.}$$

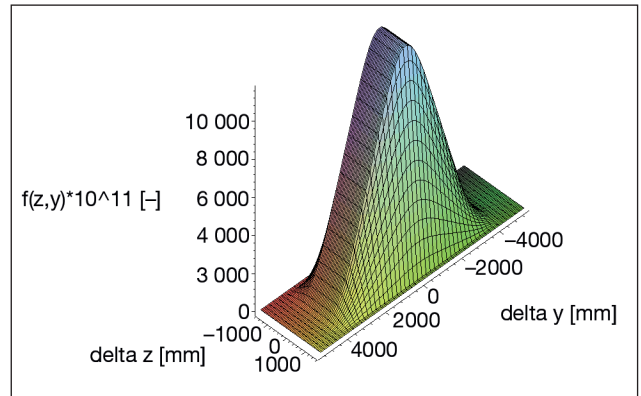
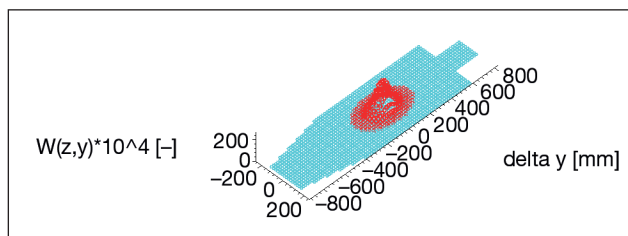
Ebből a teljes eseményteret befoglaló ellipszis nagytengelye kerekítve 500 mm, kistengelye pedig 300 mm. A 6. ábra szemlélteti az $[0, 0]$ -val adott találati középpontú eseményteret 3540 m-es lőtávolságon, annak kétdimenziós sűrűségével folytonos tartományban – (14) egyenlet. Nevezzük el ezt az eseményteret *alapszórás-eseménytérnek*. Látható, hogy a sűrűségek a $[0, 0]$ körül maximálisak. Átlagos, 1,7 m magas álló célalak esetén a lefedettséget a 7. ábra szemlélteti, találati valószínűségünk ez esetben a $(W = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^q M_{i,j})$ szerint 100%. Korábban azt feltételeztük, hogy minden intenzív és beállítási érték *valós értékét* pontosan ismertük, azaz a TKP definit és számolható volt.

Nézzük meg azt az esetet, amikor az előzőeknek csak a *mért értékét* ismerjük, figyelembe véve műszereink, beállítói mechanizmusaink véges mérőképességét!



6. ábra. A szórási ellipszis feletti valószínűsűrűség-felület

7. ábra. A cél feletti, 100%-ban fedő – valószínűségi felület – diszkrét tartományban



8. ábra. A TKP feletti valószínűsűrűség-felület

Az \hat{y} irányba ható, valamint a kettő z irányba ható változó konvolúciós függvényei immár kiszámíthatóak, a kétdimenziós eloszlást a két összefüggvény szorzatával nyerjük, hiszen a két konvolváló függvény egymástól független. Eredményünket a 8. ábrán láthatjuk folytonos tartományban. Értelmezzük, elemezzük az eddig kapott megoldásokat.

1. Az eseménytér $[z, y]$ pontjai a TKP lehetséges helyei, a fölöttük elhelyezkedő függvényérték pedig az adott pontra értelmezett valószínűsűrűség értéke.
2. A z irányú eloszlás trapéz alakú. Döntő jelentőségű a ferdítési hiba, amelynek jelentéktelennek tűnő $\pm 0,1^\circ$ -os határai melletti egyedi hatása $\pm 1,062$ m-es eltérést eredményez, azaz az ilyen távolságú lövésnek kiemelt fontossággal jelentkezik a fegyver precíz vízszintezése.
3. Átlagos mérőképességű műszerek esetén az eseménytér y irányú kiterjedése hozzávetőlegesen ± 5 m!

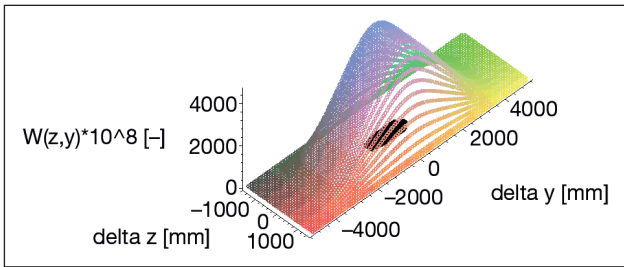
A következőkben az egyes terek jellemzésére mátrixokat használunk, amelyek egyedi $M_{i,j}$ elemei: $M_{i,j} = [z_j, y_j, l, w_{i,j}]$, ahol l egy logikai súly, értéke 0 vagy 1, valamint $w_{i,j}$ az adott pont környezetének valószínűsége.

Képezzünk most a folytonos kétdimenziós eloszlásból egy 2δ rácsoztású diszkrét eseményteret úgy, hogy vegyük a rácspontok $\pm\delta$ környezetét z és y irányban. Nevezzük el ezt az eseményteret *diszkrét TKP térnek*. (Tehát feltöltjük $M_{i,j}$ első és második elemét.) Egy adott P ponthoz így tartozik egy 2δ élhosszúságú négyzettel, és a sűrűségfelülettel határolt hasáb. Integrálva a P -vel és 2δ -val jellemzett hasáb térfogatát, máris megkaptuk a P -hez tartozó és 2δ -val jellemzett eseménytér-szelvény TKP általi fedési valószínűségét. (Feltöltjük $M_{i,j}$ harmadik és negyedik elemét, ahol a logikai súlyra $l = 0$, ha $w = 0$, egyébként 1.)

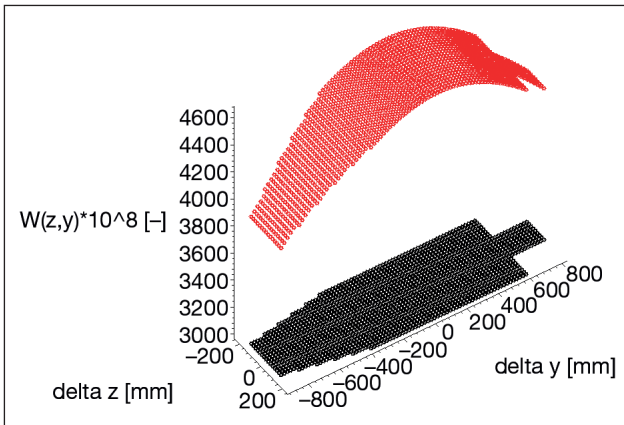
Következő lépésben képezzünk a folytonos *alapszórás-eseménytér*ből diszkrét teret az előzőek analógiájára. Nevezzük el ezt az eseményteret *diszkrét szórástérnek*.

Ezt követően már kiterjeszhetjük a *diszkrét TKP teret* z irányban $\pm 4s_{z/3540}$ értékkel, y irányban pedig $\pm 4s_{y/3540}$ értékkel, mert most kívánjuk meghatározni a *teljes diszkrét eseményteret*. A *teljes diszkrét eseménytér* kiszámításához a következők szerint járunk el:

- a) Feltöltjük a *teljes diszkrét eseménytér* mátrixát a rácspontok koordinátaival.
- b) A *diszkrét szórástér* eltoljuk a *diszkrét TKP tér* egy pontjának irányvektorával. Az eddig $[0, 0]$ -val jellemzett TKP és környezete így már illeszkedik az adott pontra. Nevezzük ezt *transzformált diszkrét szórástérnek*.
- c) A *transzformált diszkrét szórástér* egyes pontjainak valószínűségét megszorozzuk a *diszkrét TKP tér* adott pontjának valószínűségével.



9. ábra. A teljes eseménytérbe illesztett cél



10. ábra. A cél feletti fedő valószínűségi felület – diszkrét tartományban

d) A transzformált diszkrét szórás tér mátrixát összeadjuk a teljes diszkrét eseménytér mátrixával.
 e) Ciklusba szervezzük az a), b), c) és d) műveleteket, és végighaladunk a diszkrét TKP tér valamennyi pontján.
 A teljes diszkrét eseménytér ismeretével már vállalkozhatunk a cél eltalálási valószínűségének a meghatározására. A cél mátrixát a teljes diszkrét eseménytérbe illesztve kiszámíthatjuk a találati valószínűséget a (23) szerint, az átfedő pontok 1-es, a nem átfedőek 0-ás súlyozásával, azaz a cél feletti lévő, 2δ élhosszúságú négyzetekhez rendelt valószínűségeket összeadjuk (10. ábra). A 9. ábrán a teljes diszkrét eseménytérbe illesztett cél, a 10. ábrán a cél és fedése látható. A számítások elvégzése után a találati valószínűség 8,15%, kerekítve 8%.

Számoljuk ki több lövésből álló csoport valószínűségét! Kézenfekvő a

$$(W = 1 - (1 - W_1)^n) \text{ és a } (N = \text{trunc}(\frac{\ln(1 - W)}{\ln(1 - W_1)} + 1))$$

egyenlet használata, amelyek segítségével prognosztizálható egy adott valószínűségi szinthez tartozó lőszerfelhasználás. Csakhogy ebben az esetben ez az eljárás nem használható, mivel az ottani számítási eljárás adott szórásjellemzőkkel vett csoportra vonatkozik, amelyek a TKP-ja definit, jelen vizsgálatainknál pedig a TKP elhelyezkedése is valószínűségi változó! Továbbfűzve gondolatmenetünket, csakis és kizárólag az első lövés találati valószínűségét tudtuk és tudjuk meghatározni, mivel a második, harmadik, n -edik lövés elhelyezkedésének prognosztizálása csakis az előző lövések becsapódási koordinátáinak ismeretében lehetséges. Miért is van ez így? Az előzőek alapján állítottuk, hogy a TKP helyzete valószínűségi változó, de látnunk kell, hogy a TKP pozíciójának modellünk szerint is létezik valós értéke, csak ezt a mérési bizonytalanságok miatt előre megmondani nem tudjuk, tehát a TKP-nak a helyzete mindenképpen rögzített. A TKP helyzetét tehát – jobb híján – kezeljük valószínűségi változóként, ami matematikailag

korrekt, ha lövéseink leadása során a TKP-t befolyásoló változók stabilitása biztosított. Nyilvánvalóan a TKP egy adott pozíciója a hét befolyásoló tényező több kombinációjánál is előállhat, ezért belátható, hogy a hét változó egyedi valós értékét még a TKP pontos ismeretében sem tudjuk meghatározni. Tegyük fel, hogy lőfeladatunkat lőtéri körülmények között gyakoroljuk, és minden lövés helyét rögzítjük. Ekkor a második lövés leadása után eljárhatunk a következők szerint:

1. Vegyük a (4) és (5) szerinti tapasztalati értékeket z és y irányban.
2. Kiszámoljuk az átlag szórását z és y irányban a következők szerint:

$$s_{atl} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (27)$$

3. Meghatározzuk az $4s_{atlz}$ és $4s_{atly}$ értékeivel a szűkített diszkrét TKP teret.
4. A fentebbi b), c), d), e) műveletek szerint járunk el. Iterációnk végeztével, és nem kevés munka árán eljuthatunk a TKP valós értékének megfelelő pontossággal történő megismeréséhez, és az immár a mérési bizonytalanságok hatásaitól mentesített találati valószínűségünk meghatározásához.

ÖSSZEGZÉS

Az elemzés alapján látható, hogy a találati pontot befolyásoló valószínűségi változók száma a kielemeztettekhez képest több, tehát a 8%-os találati valószínűségünk egy idealizált maximum, amelyet ráadásul egy közel ideálisnak tekintett lövőkészülékkel, és ideális környezeti feltételek mellett értünk el. Ilyen környezeti jellemzők rendkívül stabil légkör esetében fordulnak elő, borult, direkt napsütés és szélmentes, „nyomott” időjárás esetén. Elméletileg a késő éjszakai időpontok is alkalmasak lehetnek, de a 3,5 km-es lőtávolság ezt kizárja. Ha belegondolunk, hogy ezek a körülmények – magyarországi viszonyok mellett – 365 nappól legfeljebb 10 napon adóttak, és a 10 nap legfeljebb 100 órájában, akkor látnunk kell, hogy még lőtéren is igen nehezen tudnánk ezt a valószínűséget elérni egy közel ideális lövőkészülékkel. Törvényszerű, hogy reális körülmények mellett, és lövész igénybevételével ezt az értéket elérni nem lehet, a reális találati valószínűségről biztosan csak azt állíthatjuk, hogy $0\% < W < 8\%$. Biztosan megállapítható azonban, hogy nagy távolságú lövések sikeres leadásának alapfeltétele a paraméterek valós értékének minél pontosabb ismerete, azaz a lehető legpontosabb mérése.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Dr. Földi Ferenc (PhD), Dr. Piroska György (PhD). „A „Longest Kill 2017” igazságügyi fegyverszakértői értékelése” *Haditechnika* 52/5 (2018): pp. 50–54. <https://doi.org/10.23713/HT.52.5.10>;
- [2] Reimann József, Tóth Julianna. *Valószínűségszámítás és matematikai statisztika*. Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., 1996.;
- [3] Rheinmetall GmbH. *Waffentechnisches Taschenbuch*, Düsseldorf, 1980
- [4] Fazekas István. *Valószínűségszámítás*. Debrecen: Debreceni Egyetem Kossuth Egyetemi Kiadó, 2005.;
- [5] Hihalmi Harmos Zoltán. *Tüzérlövésstan*. Budapest: M. Kir. Honvédelmi Minisztérium, 1937.

(Az illusztrációkat a szerző saját szerkesztésében készítjük.)