VOZSECH ISTVÁN\*

# FORGÓZÁRAK KÉNYSZERPÁLYÁI

I. RÉSZ



1. ÁBRA. A G224LMG golyószóró szerelt zárszerkezete (A szerző felvétele, a Gestamen Kutatás Fejlesztés Zrt. engedélyével)

ÖSSZEFOGLALÁS: A tanulmány a forgó zárfejek vezérlését biztosító hengeres kényszerpályák kinematikai leírásával foglalkozik. A 3 dimenziós feladatot 2 dimenziós feladattá redukálva elemzi a különböző geometriai kialakítású pályák kinematikai viszonyait, megvizsgálja a kényszerpályán mozgó pont sebesség-, illetve gyorsulásfüggvényeit. Eljárást mutat az adott gyorsulásfüggvénnyel és geometriai kezdeti-, illetve végértékkel adott kényszerpályák síkbeli előállítására, majd azok egyenleteinek térbeli leképezésére. Eljárást mutat továbbá analitikusan nem megoldható, tetszés szerinti gyorsulásfüggvénnyel meghatározott, nem szimmetrikus kényszerpálya-függvények előállítására is.

KULCSSZAVAK: forgó zárfej, kinematikai kényszerpálya, optimalizált kényszerpálya, bütykös mechanizmus, automata fegyver

**ABSTRACT:** This study deals with the kinematic description of cylindrical cams ensuring the control of rotary bolt heads. By reducing the three-dimensional problem to a two-dimensional one, it analyses the kinematics of cams with various geometrical designs and examines the velocity and acceleration functions of points moving along cams. It shows a procedure for generating the planar representations of cams defined with given acceleration functions as well as initial and final geometric values, and then for the spatial projection of their equations. It also shows a procedure for generating non-symmetric cam functions with no analytical solution that are defined by arbitrary acceleration functions.

KEYWORDS: rotary bolt head, kinematic cam, optimized cam, automatic weapon

## BEVEZETÉS

A sorozatlövő fegyverszerkezetekben számos klasszikus mechanizmus található, amelyek működését a gépészmérnöki szakterület témakörébe sorolható mechanizmusok elmélete tárgyalja. Bár a klasszikus mechanizmusokat alkalmazó megoldások a gépészet egyéb területeiből eltűnőben vannak, de ez alól a fegyverzettechnika kivétel, mivel a több, mint száz évvel ezelőtti műszaki megoldásokat lényegében máig változatlan formában alkalmazzák a mai fegyverszerkezetekben is. A modern fegyverek mechanikájában ugyanúgy megtalálhatók az egymáson csúszó, elforduló alkatrészek, elég ehhez egy hevederes adogatású, forgó zárfejes géppuskára gondolni, ahol a forgó zárfej vezérlését, a heveder léptetését, de még a zár hátsó pozícióban történő megakasztását is mechaniz-



 ÁBRA. A forgó zárfej működése és vezérlése egy osztott gázdugattyús, forgó zárfejes rendszerben, például a BREN 2 karabélyban (A szerző szerkesztése)

musok végzik. Ide sorolhatók még az elsütő mechanizmusok kinematikai láncai is, amelyek helyes tervezése a megbízható működés és az optimalizált elsütőerő biztosításának a záloga. De nemcsak a hagyományos elven működő automata fegyvereknél találhatunk klasszikus mechanizmusokat, ezek megjelennek a kényszerhajtású, Gattling-rendszerű fegyvereknél is, amelyek ebből a szempontból még összetettebb rendszerek.

A lőporgázok energiáját közvetlenül felhasználó sorozatlövő fegyverek családjának egyike a gázdugattyúval rendelkező fegyver. Amennyiben a zárolást megvalósító egységük a forgó zárfej, akkor a zárvezető keretünk (továbbiakban: zárkeret), mindenképpen kell, hogy tartalmazzon egy hengeres felületen kialakított kényszerpályát, amely az álló zárfej elforgatását biztosítja, a zárkeret hátra (kireteszelés), vagy előre haladásakor (bereteszelés). Egy ilyen konstrukció sematikus vázlatát a 2. ábra mutatja.



<sup>\*</sup> Okl. gépészmérnök. ORCID: 0000-0001-9818-7755

A ki- és bereteszelés során a vezetőcsap és a zárkeret kontakt felületeit erőhatások érik, amely erőhatásokat az alkatrészek méretezéséhez meg kell tudnunk határozni. A sematikus ábrából is látható, hogy a zárkeret mozgása meghatározza a vezetőcsap, és azzal együtt a zárfej forgó mozgását is. Feladatunk, hogy feltárjuk az itt megvalósuló kényszermozgásokat, és azok kinematikai összetevőit, valamint megvizsgáljunk több létező és/vagy lehetséges pályaalakot úgy kinematikai, mint tervezési szempontból.

## FELHASZNÁLT SZAKIRODALOM

A mechanizmusok elméleti tárgyalásához két forrásművet használtunk fel közvetlenül.

Johannes Volmer [1], a gépiparban régebben meghatározó szerepet betöltött bütykös mechanizmusokról írt összefoglaló alapművében részletes kifejtését találjuk a kényszerpályák kinematikai és dinamikai vizsgálatainak, a mozgások elemzésének, a gépelemek geometriai tervezésének.

Újabb és részletesebb mű Harold A. Rothbart [2], Cam<sup>1</sup> Design Handbook című könyve, amely a mai kor szakirodalma, annak matematikai formalizmusa mellett. Részletesen tárgyalja a különböző kényszerkapcsolatok mechanikai viszonyait, kitérve az alap és a módosított pályaalakokra, ismertetve azok tulajdonságait, alkalmazási területeit. Útmutatást ad a jelen kor technikai színvonalán elvárható tervezési módszerekről, a pályaoptimalizációs eljárásokról. Informatív, számítógéppel szerkesztett ábrái könnyen átláthatók, ezért azok szerkezetét átvéve alkottuk meg sajátjainkat.

A feladat egyenletrendszereinek megoldásait, ábráinak elkészítését a Maple szimbolikus matematikai editorral végeztük, amely programozásához André Heck [3] művét hívtuk segítségül.

## PROBLÉMAFELVETÉS

Egy forgó zárfejes automatika kényszerpályájának dinamikai elemzése nem túl bonyolult feladat, ha ismerjük a pálya alakját, a zárkeret sebességfüggvényét és az érintkező felületek közötti súrlódási viszonyokat. A dinamikai elemzés után (erők meghatározása), hozzáfoghatunk a gépelemek szilárdsági méretezéséhez, a hő- és felületkezelési eljárások megválasztásához, de mindezeket időrendben meg kell előzze, a mozgások kinematikai elemzése. Ennek eredménye vagy az adott pályához tartozó szögsebesség-, illetve szöggyorsulásfüggvények meghatározását, vagy az alkalmasan választott szöggyorsulásfüggvényhez (mint célfüggvényhez) tartozó pálya meghatározását kell jelentse, mert ennek hiányában az erre ráépülő számítások nem végezhetők el. A kinematikai feladat megkezdése előtt azonban a valós folyamatokat célszerű némileg leegyszerűsíteni, azaz modellt állítani.

## CÉLKITŰZÉS

Három feladatunk van:

- 1. A térbeli feladat redukálása síkfeladattá, majd a kapott eredmények visszaképezése a térbeli rendszerbe;
- A zárfej forgástengelyével értelmezett hengerfelületen lévő pályagörbén mozgó, állandó tengelymenti sebességgel rendelkező pont szögsebességének és szöggyorsulásának meghatározása;
- A merevtestként kezelt vezetőcsap egy, a zár forgástengelyétől adott távolságban lévő pontja által befutott pálya meghatározása, adott gyorsulásfüggvénnyel és adott kezdeti és geometriai végértékkel.



# MODELLÁLLÍTÁS

A kinematikai rendszerünkre az alábbi megszorításokat tesszük:

- · A zárkeret áll, a tengelyirányú mozgást a zárfej vezetőcsapja végzi.
- Az álló zárkereten Descartes-féle 3 dimenziós, jobbsodrású koordinátarendszert rögzítünk úgy, hogy az x tengely a forgástengellyel azonos és a tengelyirányú mozgással egyező értelmű, a z tengely pedig a pálya kezdeti pontján halad keresztül, amint azt a 3. ábrán láthatjuk.
- · A vezetőcsap körhenger, amelyet a kényszerpálya kezdetén a  $[0 \ 0 \ \rho]^{T_2}$  pontja jellemez, amely egyben a vezetőcsap hossztengelyébe is esik. (3. ábra)
- · A vezetőcsap tengelyirányú sebessége időben állandó nagyságú.

## A 3 DIMENZIÓS FELADAT SÍKFELADATTÁ REDUKÁLÁSA

lgazolható, hogy egy általános térgörbe síkba lefejthető, ha a térgörbe által meghatározott felület is az adott síkba lefejthető. Ez a gyakorlatban annyit jelent, hogy ha a felületet nem nyújtható anyagból készítjük el, akkor síkba gyűrődésmentesen kiteríthető. A hengeres felületek ilyenek, elég csak egy feltekert papírlapra, vagy egy hengeres felületre ragasztott matricára gondolni. Bár nem szükségszerű a térbeli feladatot síkfeladattá redukálni, ugyanis a végén mindenképpen a térbeli görbére lesz szükségünk, de az egyszerűsödő formulák elősegítik az átláthatóságot és a könnyebb megértést. Vegyünk egy egyszerű példát, egy állandó emelkedésű csavarvonalat.

Az állandó emelkedésű csavarvonal egyenletei a 4. ábra jelöléseivel:

$$\boldsymbol{r}(\tau) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{ax}\tau\\ \boldsymbol{\varrho}\sin\varphi(\tau)\\ \boldsymbol{\rho}\cos\varphi(\tau) \end{bmatrix}. \tag{1}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Itt: bütykös mechanizmus. Nem azonos a későbbiekben tárgyalt CAM betűszóval.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> A<sup>+</sup> felső index a transzponálás jele. A helyvektor oszlopvektor, de mivel a képlet a szöveg között található, így ez az írásmód helytakarékosabb.

# TANULMÁNYOK



4. ÁBRA. Állandó emelkedésű csavarvonal (A szerző szerkesztése)

Az állandó menetemelkedés miatt írható, hogy:

$$\varphi(\tau) = \frac{\tan(\alpha) \, v_{ax} \tau}{\varrho},\tag{2}$$

ahol *a* a menetemelkedés szöge. Ezzel az (1) egyenlet az alábbi alakot veszi fel:

$$\boldsymbol{r}(\tau) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{ax}\tau \\ \boldsymbol{v}_{ax}\tau \\ \left(\frac{\tan(\alpha) \, \boldsymbol{v}_{ax}\tau}{\varrho}\right) \\ \boldsymbol{\varrho}\cos\left(\frac{\tan(\alpha) \, \boldsymbol{v}_{ax}\tau}{\varrho}\right) \end{bmatrix}$$
(3)

Mivel az x irány nem torzul, így az ottani egyenletek közvetlenül átvihetők a leképezett  $\mathbb{R}^2$  vektortérbe. A z irány  $\mathbb{R}^2$ -ben nem értelmezett, de a z menti értékek y-ba fejtődnek le, a befutott ívhossz, mint invariáns érték mentén. Ezzel a síkbeli egyenletek:

$$R(\tau) = \begin{bmatrix} v_{ax}\tau\\\tan(\alpha)v_{ax}\tau \end{bmatrix}.$$
(4)

Látható, hogy a feladat így leegyszerűsíthető, de az inverz leképezéssel az  $\mathbb{R}^3$  vektortérbe bármikor visszavihető, és ez igaz bármely hengerfelületen lévő görbére, feltéve, ha a  $\varphi(\tau)$  függvényt ismerjük. A továbbiakban ennek meghatározása lesz a feladatunk.

#### ÁLLANDÓ SEBESSÉGŰ (A TOVÁPPLAKPAN: EGYSZEDŰ

# (A TOVÁBBIAKBAN: EGYSZERŰ Z ALAKÚ) KÉNYSZERPÁLYA

Az állandó szögsebességet biztosító pálya, az előzőben már említett állandó emelkedésű hengeres menet, amelynek síkbeli leképeződése egy egyszerű ferde szakasz, azaz az egyszerű Z alakú pálya egy feltekert ferde egyenesből áll, amely végpontjaiban vízszintes, tangenciális mozgatást megakadályozó egyenesekhez kapcsolódik. CAD<sup>3</sup> rendszerben előállított testmodelljét az 5. ábra szemlélteti.



5. ÁBRA. Egyszerű Z alakú pálya, a vezetőcsappal (A szerző szerkesztése)

Computer Aided Design – számítógéppel támogatott tervezés.

A 5. ábrán láthatók a vezetőcsapot (vagy a megmunkáló szerszámot) vezérlő görbék, amelyek a forgó zárfej furatának hossztengelye (forgástengely), valamint a zárkeret hengeres palástfelületére feltekert két vízszintes, és egy ferde egyenes. A vezetőcsap (mint forgó szerszám) hossztengelye ezen két görbét érintve halad a zárfej furata mentén, miközben a tengelye a mozgás minden pillanatában merőleges a zárfej furatának hossztengelyére. A vezetőcsap mozgása során súrolt felület maga a kényszerpálya. Mivel a kényszerpálya valamennyi pontja a vezetőcsap átmérőjének és a vezetőcsap egy, de nem az origóban lévő pontjával jellemzett kiterített pálya ismeretében számítható, így a pályafelület meghatározásához elégséges ez utóbbi ismerete.

Nézzük a lefejtett pályagörbe kinematikai viszonyait, a vezetőcsap y irányú elmozdulását, sebességét és gyorsulását τ független változó szerint.



Látható, hogy a ferde szakaszban a mozgó pont sebessége konstans, mivel definíciónk szerint a menetemelkedés állandó. Sebességugrás a tengelyirányú szakaszok és a ferde szakasz kapcsolódási pontjaiban keletkezik. Az állandó sebesség miatt a pályaponti *y* irányú gyorsulás is általában zérus, kivéve a kapcsolódási pontokban, ahol az értéke végtelen, mert a mozgó pontnak zérus időtartam alatt kell elérnie, illetve elveszítenie nem nulla sebességét.

Belátható, hogy amennyiben a vezetőcsap axiális sebessége nem megfelelően kicsiny<sup>4</sup>, úgy ezzel a konstrukcióval épített zárszerkezet néhány lövés után üzemképtelenné válik, az ütköző felületeken bekövetkező maradandó alakváltozások, és/vagy törés miatt. Mindezek mellett kis zársebességek, például kézi mozgatású mechanizmusok alkalmazása esetén indokolt lehet, ugyanis egyszerű alakja miatt a pálya hagyományos szerszámgépeken is elkészíthető.

## LEKEREKÍTETT Z ALAKÚ KÉNYSZERPÁLYA

Az emelés kezdetén és végén az előző esetben végtelen gyorsulások adódtak, amelyeket a pálya töréspontjainak lekerekítésével, lesimításával orvosolni tudunk. A kérdés az, hogy az átmenetet biztosító görbe hányad rendben ad folytonosságot a pályagörbénknek, és hogy az elképzelt átmenet megvalósítható-e egy adott gyártó gépparkja mellett.

A körívek a vízszintes – y irányú emelést nem adó – pályaszakasz végpontjában kezdődnek, és végpontjuk az emelést adó ferde szakaszba csatlakozik. A csatlakozások érintőlegesek, valamint az emelést biztosító, immár három részből álló pályaszakasz x irányú vetülete azonos az előzőkben vizsgált egyszerű Z pályáéval. Ebből következik (mivel a pálya szögemelése az előzőhöz képest nem változott), hogy a ferde pályaszakasz meredeksége nagyobb, hiszen a két körív x irányú vetülete az eredeti ferde szakasz vetületi hosszából vesz el távol-

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Megfelelően kicsiny az a sebesség, amely mellett a nem merev testként viselkedő gépelemek rugalmasságából adódó elasztikus deformációk biztosította nem nulla ütközési idő elégséges ahhoz, hogy az elméletileg végtelen erőkből adódó végtelen feszültségek egy olyan véges értékre redukálódhassanak, amelyek már az adott anyagra jellemző maximálisan megengedhető érték alatt maradnak.



7. ÁBRA. **A sarokpontokban körívekkel lekerekített Z alakú kényszerpálya** (A szerző szerkesztése)

ságot. Az is látható, hogy a  $v_{ax}$  állandó sebességgel mozgó vezetőcsap már nem egy szög alatt álló ferde felületnek csapódik, hanem egy érintőlegesen csatlakozó hengerfelületnek, ha a pályafelületet lefejtett formájában vizsgáljuk, tehát a keletkező gyorsulások véges értékűek maradnak.

Válasszuk most egységnyire az axiális sebesség ( $v_{\alpha x}$ ) értékét, ekkor a felvezető R sugárral jellemzett körív skalár pályaegyenlete, a vezetőcsap y irányú sebessége és gyorsulása:

$$y_{2-3}(\tau) = R - \sqrt{R^2 - \tau^2},$$
(5)

$$\dot{y}_{2-3}(\tau) = \frac{\tau}{\sqrt{R^2 - \tau^2}},$$
(6)

$$\ddot{y}_{2-3}(\tau) = \frac{\tau^2}{(R^2 - \tau^2)^{\binom{3}{2}}} + \frac{1}{\sqrt{R^2 - \tau^2}}$$
(7)

Látható, hogy az y irányú gyorsulás a felvezetés kezdetén véges, de nem nulla, értéke megegyezik a körív görbületével, azaz bár a vezetőcsapra ható erő nem végtelen, de a felvezetés kezdetén a vezetőcsapot lökésszerű terhelés fogja érni.

Tegyünk egy apró kitérőt, és vizsgáljuk meg a gyorsulás görbületi sugár szerinti jobb oldali határértékét,  $\tau$ =0-nál, azaz a pálya kezdőpontjában:

$$\lim_{R \to +0} \ddot{y}_{2-3}(\tau = 0) = \lim_{R \to +0} \frac{1}{\sqrt{R^2}} = \infty.$$
 (8)

Ekkor a pálya íves szakasza egyetlen ponttá zsugorodik, ahol a gyorsulás a végtelenbe tart. Az egy pontba zsugorodott íves pálya azonban azonos az egyszerű Z alakú pályával, ahol a gyorsulások a csatlakozó pontokban a végtelenbe tartanak.

A 8. ábra R=8 mm értékkel adott pálya grafikonjait szemlélteti. (Fekete a pálya, kék az y irányú sebesség, és piros az y irányú gyorsulás.)

Nézzük most meg a pályák idő szerinti grafikonjait,  $v_{ax} = 15 \frac{m}{s}$  axiális zárkeretsebesség,  $\Delta x = 15$  mm emelési távolság,  $\Delta y = 5$  mm emelési magasság és rendre R=3, 6, 11, 12,5 mm lekerekítési sugarak esetén. A különböző lekerekítési sugarú pályák grafikonjainál rendre piros, kék, zöld, fekete színeket használtunk. Az R=12,5 mm lekerekítési sugarú pálya speciális eset, ekkor a két rádiuszt összekötő ferde egyenes szakasz eltűnik, így a pálya emelőszakasza csupán két érintőleges körívet tartalmaz.

Látható, hogy a sarokrádiusz növelésével a pályán mozgó pont gyorsulása csökken, úgy a végérték, mint a kezdeti érték, de a lökésszerű gyorsítás problémáját továbbra sem tudtuk kiküszöbölni. Észrevehető még, hogy a ferde egyenes szakaszt elérve a gyorsítás zérus idő alatt megszűnik, és annak végén zérus idő alatt kezdődik a lassítás, szintén lökésszerűen. Abban az esetben, ha a pálya két



8. ÁBRA. A lekerekített és lefejtett Z alakú kényszerpálya felvezető szakaszának pályája (fekete), sebessége (kék) és gyorsulása (piros), az idő függvényében, egységnyi axiális zársebesség esetén (A szerző szerkesztése)



(A szerző szerkesztése)



(A szerző szerkesztése)

körívből áll, megfigyelhető lesz az a jelenség, hogy a pálya felénél a vezetőcsap a pályafelület mindkét oldalát egyszerre koptatja, mivel a körívek találkozási pontjában a vezetőcsap zérus átmenettel a pálya egyik oldaláról a másikra terhel át.

Kijelenthető, hogy bár a lekerekítések hatására végtelen gyorsulások már nem jellemzik a rendszert, de az ilyen pályák alakja közel sem optimális.

### GYORSULÁSFÜGGVÉNNYEL ADOTT ELEMI KÉNYSZERPÁLYÁK

Mivel az eddig felmerült problémáink dinamikai és nem geometriai jellegűek voltak, amelyek a pályaalak kinematikájából következtek, célszerűnek látszik a valódi problémát megfogalmazni, és mintegy fordított gondolatmenettel közelíteni az optimális pályagörbe kereséséhez.

A dinamikai problémák a zárszerkezet jelentős sebességéből származó nagy tömegerőkből adódnak. A zárszerkezetek tervezése során természetesen törekedni kell a minél kisebb tömegekre, de a tömegcsökkentésnek is vannak korlátai, és egy alapvetően rossz konstrukción ez önmagában nem segíthet. Ha dinamikai szempontok alapján tervezünk, akkor nem a pályaalakot adjuk meg, mint tervezési alapadatot, hanem a pálya gyorsítására jellemző függvény jellegét, mint célfüggvényt. A feladatunk, hogy az adott ballisztikai gerjesztéssel meghatározott zársebességhez, valamint a pályát jellemző geometriai kezdeti- és végértékekhez megállapítsuk a célfüggvényünk paramétereit. A paraméteres célfüggvényünk így átalakul az általunk előírt jellegű gyorsulásfüggvénnyé, amelynek kétszeres integrálásával az adott gyorsulásfüggvényű pályagörbe előállítható:

$$v_{tan}(t) = \int a_{tan}(t) dt + C_{\nu}, \tag{9}$$

$$y(t) = \int v_{tan}(t) dt + C_{y}, \tag{10}$$

ahol a *tan* index a tangenciális összetevőre, azaz a lefejtő síkban y irányban értelmezett összetevőre utal, valamint  $C_v$  és  $C_y$  a kezdeti, illetve a végértékekből meghatározandó konstansok.

Többféle célfüggvényt definiálhatunk. Ezek lehetnek periodikus vagy két részből összetett aperiodikus jellegűek, de néhány kritériumnak meg kell feleljenek. Ezeket a kritériumokat a következők során taglaljuk, amikor is egy elemi periodikus függvény transzformáltjával állítjuk elő a pálya gyorsítását.

## ELEMI CIKLOIDÁLIS, SZINUSZHULLÁM-GYORSULÁSÚ KÉNYSZERPÁLYA

Mint azt korábban említettük, a pályának néhány kritériumot teljesítenie kell ahhoz, hogy egyrészt a mozgatott pontra ne hassanak végtelen nagyságú gyorsulások, másrészt a gyorsító, illetve a lassító szakasz kapcsolódási pontja a pálya felénél legyen. Ez utóbbi nem szükségszerű (mint azt a későbbiekben vizsgálni is fogjuk), de ezzel a megkötéssel élve a feladatot lényegesen le tudjuk egyszerűsíteni. A végtelen gyorsulásokat a lekerekített Z pályákkal már kiküszöböltük, valamint, ha biztosítjuk, hogy a fel- és levezető szakaszon a lekerekítések értékei azonosak legyenek, akkor a pályaszimmetria miatt a pályafelező síkra értelmezett szimmetria a sebességfüggvényre, valamint a pályafelező pontra a központos szimmetria a gyorsulásfüggvényre is teljesülni fog. (A szimmetrikusság az előző ábrákon látható.) A véges gyorsulások feltétel miatt az is igaz, hogy a pálya emelőszakaszának kezdő, illetve végponti érintője zérus kell legyen, mivel csak így tud törésmentesen kapcsolódni a pálya vízszintes szakaszaihoz. Ebből viszont az is következik, hogy az emelőszakasz végpontjaiban az y irányú sebességek zérus értékűek (lásd a 9–13. ábrákat), amely feltételből már könnyen megfogalmazhatók a gyorsulás célfüggvényre vonatkozó kikötéseink.

Ha az emelőpálya végpontjaiban az *y* irányú sebességek azonosan nullák, akkor a gyorsulásfüggvény teljes integrálja a pálya mentén is zérus, ugyanis a gyorsulás idő szerinti integrálja, az erőlökéstétel értelmében arányos a mozgásmennyiség megváltozásával, amely a sebesség zérus kezdeti és végértéke miatt nulla.

A zérus integrálból következik a második megállapításunk, amely szerint az emelőszakasz gyorsító, valamint lassító részének integrálértéke egymás mínusz egyszeresei, azaz abszolút értékük azonos. (11. ábra)

Amennyiben a teljes pályaszimmetriát is kikötjük, úgy igaz, hogy:

$$x_z = \frac{x_v - x_0}{2},$$
(11)

valamint az állandónak feltételezett axiális sebesség miatt:

$$t_z = \frac{t_v - t_0}{2}.\tag{12}$$



11. ÁBRA. Adott gyorsulásfüggvény integrálkritériuma (A szerző szerkesztése)

Ha azt is megkötjük, hogy a pálya nemcsak ütésmentes (a végpontokban az y irányú sebességek zérus értékűek), de lökésmentes is legyen (a végpontokban az y irányú gyorsulások zérus értékűek), akkor elmondhatjuk, hogy két olyan függvénytípus jöhet szóba, amely a feltételeket teljesíti. Ezek a magasabb rendű polinomiális és a szinuszoid<sup>5</sup> pályák.

Ha az általános feltételeket kiegészítjük a végtelen rendben vett folytonossággal<sup>6</sup>, akkor egy olyen függvényt találunk, amely kielégíti a fentieket: a szinuszfüggvényt.

A végtelen rendben vett folytonosságból következik, hogy a pályagörbe harmadik deriváltfüggvénye – a gyorsulásváltozási sebesség, azaz a sokkfüggvény – is folytonos, amely a mozgó csap zaj-

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> A szinuszoid, vagy más néven szinuszhullám, egy általánosan eltolt, és/vagy x és y irányban nyújtott-zsugorított szinuszfüggvény. Ebben az értelemben például a cos x függvény is egy szinuszoid, mivel cos x = sin (x + π/2) transzformációval előállítható.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> A szinuszhullámok (a szinuszfüggvény sajátosságait magukon hordozva), végtelen rendben folytonosak, ugyanis a differenciáló operátor hatására nem tűnnek el, akárhányszor is végezzük el deriválásukat, a derivált függvények folytonossága mindvégig biztosított. Ez nem mondható el például a polinomiális pályaalakokról.

mentes siklását és a mechanizmus lengésekre való érzéketlenségét<sup>7</sup> is biztosítja, bár a zajmentes működés automata fegyverek esetében ritkán szempont, hangtompított fegyverek esetén azonban igen.

Amire szükségünk van, az a szinuszfüggvény egy teljes periódusának amplitúdó- és frekvenciatranszformáltja. A transzformálási paramétereket a geometriai kezdeti és végértékekből, valamint a zársebesség értékéből tudjuk meghatározni. A gyorsulás célfüggvényünk egy szinuszoid, amelynek általános paraméteres egyenlete:

$$a_{tan}(t) = b_0 + b_1 \sin(b_2 t + b_3).$$
<sup>(15)</sup>

Az emelőpályánk kezdetén zérus gyorsulást várunk el, továbbá a koordinátarendszerünk origóját az emelési szakasz kezdetéhez illesztettük, ezért a célfüggvény  $b_0$  és  $b_3$  paramétere nulla kell legyen. (A  $b_0$  paraméter az y menti függőleges eltolásért,  $b_3$  paraméter az x menti vízszintes eltolásért felel.)

Ezzel az egyszerűsödött célfüggvényünk:

$$a_{tan}(t) = b_1 \sin(b_2 t). \tag{14}$$

A  $b_1$  és a  $b_2$  paraméterek meghatározásához el kell végezzük a (9) és (10) szerinti integrálásokat paraméteresen. Az integrálás után a két függvény:

$$v_{tan}(t) = -\frac{b_1 \cos(b_2 t)}{b_2} + C_{\nu},$$
(15)

$$y(t) = -\frac{b_1 \sin(b_2 t)}{b_2^2} + C_v t + C_y.$$
(16)

Mivel a pálya kezdete zérusban van, ezért  $C_y=0$  kell legyen, így csak három ismeretlenünk maradt,  $b_1$ ,  $b_2$  és  $C_y$ .

Ezek az ismeretlen paraméterek egymástól függetlenek, ezért három független egyenletet kell találjunk a meghatározásukhoz. A gyorsulásra, a sebességre és az elmozdulásra is tettünk már megkötéseket, ezeket most matematikailag is meg kell fogalmazzuk:

$$a_{tan}(t_z) = b_1 \sin(b_2 t_z) = 0,$$
 (1/)

azaz a zérus gyorsulást a függvény (a végpontokon kívül), a pályafelezőnél tartózkodás időpillanatában veszi fel.

$$v_{tan}(t_0) = -\frac{b_1 \cos(b_2 t_0)}{b_2} + C_v = 0,$$
(18)

azaz az emelés kezdőpillanatában a vezetőcsap y irányú sebessége zérus.

$$y(t_{\nu}) = -\frac{b_1 \sin(b_2 t_{\nu})}{b_2^2} + C_{\nu} t_{\nu} = y_{\nu},$$
(19)

azaz az emelés végpillanatában a vezetőcsap y irányú pozíciója a pálya végértékével meghatározott  $y_v$  magasságban lesz.

A három egyenletből álló egyenletrendszer megoldásával  $b_1$ ,  $b_2$  és  $C_v$  ismerté válik, és az adott feltételeket kielégítő cikloidális pálya egyenleteit meg tudjuk adni.

A következő feladatunk az idő függvényében adott y(t) átírása y(x) geometriai függvénnyé, amelyet az állandó zársebesség feltételezésével a  $t = \frac{x}{v_{ax}}$  helyettesítéssel kapunk.

A végső feladatunk a kétdimenziós pálya hengerfelületre tekerése, felfejtése, de ezek előtt vizsgáljuk meg a kapott eredményeket, a legjobban hasonlító, két rádiusszal emelő pályával való összehasonlítással. (A szinuszoid pálya görbéit piros és szaggatott, a rádiuszpálya görbéit fekete és folytonos vonallal ábrázoltuk.)



Egy zárszerkezet a valóságban többszabadságfokú lengőrendszer, nem ideális, kontinuum rugókkal. Gyorsfilmeken kimutatható, hogy a helyretoló rugó összenyomódása közben longitudinális lengéseket is végez, amely a zárkeret mozgására is visszahat. Jellemzően ez a lengési frekvencia egy nagyságrenddel nagyobb, mint a lövésfolyamat frekvenciája, amely szerencsétlen esetben összeadódva a pályaalakból származó rántással, alkalmas a kényszerpályán gyorsuló zárfej lengésbe hozására. Ezt elkerülendő célszerű a pályaalakot úgy megválasztani, hogy annak sokkfüggvénye legalább egyszeresen folytonos legyen.

# TANULMÁNYOK



15. ÁBRA. A cikloidális (szinuszoid szöggyorsulású) kényszerpálya (A szerző szerkesztése)



16. ÁBRA. A cikloidális kényszerpálya, egy oktatási demonstrátoron (A szerző felvétele)



17. ÁBRA. A meredek cikloidális pályán megjelenő alámetszés (A szerző felvétele)



18. ÁBRA. Alámetszés nélküli cikloidális kényszerpálya egy zárkereten (A szerző felvétele, a Gestamen Zrt. engedélyével)

A 14. ábra szerinti síkgörbéket végül a hengerfelületre fel kell tekernünk, amelyhez a

$$\varphi(x) = \frac{y(x)}{2} \tag{20}$$

helyettesítéssel adódnak a térgörbe x, y és z irányú komponensei,  $\tau = x$  megfeleltetéssel<sup>8</sup>:

$$\boldsymbol{r}(\tau) = \begin{bmatrix} v_{ax}\tau \\ \varrho \sin(\varphi(\tau)) \\ \varrho \cos(\varphi(\tau)) \end{bmatrix}.$$
(21)

Belátható, hogy a síkba fejtésnek különösebb értelme nincs, mert – ahogy már említettük –, azt csak a könnyebb érthetőség kedvéért végeztük el. Nincs értelme, mert a forgó mozgást és térbeli pályát leíró szögelfordulás függvény –  $\varphi(\tau)$  –,  $y(\tau)$ -nak egyszerű lineáris leképezése, ezért a forgó rendszer függvényei lényegében azonosak lesznek a síkba kiterített rendszerével. A megfeleltetés a következő: az elmozdulás szerepét a szögelfordulás, a sebesség szerepét a szög-sebesség, valamint a gyorsulás szerepét a szöggyorsulás veszi át:

 $\beta(t) = b_1 \sin(b_2 t), \tag{22}$ 

$$\omega(t) = -\frac{b_1 \cos(b_2 t)}{b_2} + C_{\omega},\tag{23}$$

$$\varphi(t) = -\frac{b_1 \sin(b_2 t)}{b_2^2} + C_{\omega} t + C_{\varphi},$$
(24)

ahol a C<sub>a</sub> szintén nulla, ebben a geometriai elrendezésben.

A paraméterek meghatározásához megoldandó egyenletek is hasonlók:

$$\beta(t_z) = b_1 \sin(b_2 t_z) = 0,$$
(25)

$$\omega(t_0) = -\frac{b_1 \cos(b_2 t_0)}{b_2} + C_\omega = 0,$$
(26)

$$\varphi(t_{\nu}) = -\frac{b_1 \sin(b_2 t_{\nu})}{b_2^2} + C_{\omega} t_{\nu} = \varphi_{\nu}, \tag{27}$$

A paraméterek meghatározása után –  $\varphi(t)$  ismeretében –, a pálya egyenletei a (21) egyenlet szerint megadhatók. A 14. ábrán láthatjuk, hogy a két pálya alakja nem sokban tér el egymástól, a szöggyorsulásfüggvényeik azonban annál inkább (lásd 12. ábra). Míg a rádiuszpálya lökésszerű terheléseket mér a vezetett csapra, addig a szinuszpálya nem, amely a határterhelésen működő fegyveralkatrészek szempontjából nem mellékes. A pályát tartalmazó alkatrész CAD-rendszerben előállított testmodelljét a 15. ábra, egy oktatási demonstrációra szánt alkatrészt a 16. ábra, és egy valódi zárkereten találhatót a 18. ábra szemlélteti. A 17. ábrán megfigyelhető még egy jelenség, a pályafelület elfajulása, az alámetszés jelensége, amelyet a külső pályafelület elfajulása, az alámetszés jelensége, amelyet a külső pályafelület kialakuló él reprezentál. Ennek oka a pálya túlzott meredeksége, valódi pályák esetében ez nem engedhető meg (18. ábra), az oktatási célra készült darabon ez a kialakítás szándékos.

(Folytatjuk)

## HIVATKOZÁSOK

- Prof. Dr.-Ing. habil. Johannes Volmer. Bütykös mechanizmusok. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1980;
- [2] Harold A. Rothbart CAM Design Handbook, 1st Edition. The McGraw-Hill Companies, Inc., 2004;
- [3] André Heck. Bevezetés a Maple használatába. JGYF Kiadó, 1999.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> A megfeleltetésre azért van szükség, mert a legtöbb CAD-rendszer egyenletvezérelt görbegeneráló moduljával a kompatibilitást így tudjuk elérni. A CAD-rendszerekkel való kompatibilitást a későbbiekben tárgyaljuk.